ПРАКТИКАЛЫҚ САБАҚ №13

Бірінші ретті дербес туындылар. Бірінші ретті дербес және толық дифференциалдар

Есеп 1. $z = arctg\,\dfrac{y}{x}$. $\qquad \dfrac{\partial z}{\partial x},\ \dfrac{\partial z}{\partial y}$ *тап.*

Δ y-ті тұрақты деп қарастырып:

$$\left(\frac{y}{x}\right)'_x = \left(y\cdot\frac{1}{x}\right)'_x = y\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{y}{x^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \left(arctg\,\frac{y}{x}\right)'_x = \frac{1}{1+(y/x)^2}\cdot\left(\frac{y}{x}\right)'_x = \frac{1}{1+(y/x)^2}\cdot\left(-\frac{y}{x^2}\right) = \frac{-y}{x^2+y^2}$$ аламыз.

Енді x-ті тұрақты деп қарастырып:

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \left(arctg\,\frac{y}{x}\right)'_y = \frac{1}{1+(y/x)^2}\cdot\left(\frac{y}{x}\right)'_y = \frac{1}{x\left(1+(y/x)^2\right)} = \frac{x}{x^2+y^2}.$$

Δ

Есеп 2. $z = xe^{-xy}$. $\dfrac{\partial z}{\partial x},\ \dfrac{\partial z}{\partial y}$ *тап.*

$$\Delta\ \frac{\partial z}{\partial x} = \left(xe^{-xy}\right)'_x = (x)'_x e^{-xy} + x\left(e^{-xy}\right)'_x = e^{-xy} - xye^{-xy} = e^{-xy}(1-xy),$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \left(xe^{-xy}\right)'_y = -x^2e^{-xy}. \qquad \Delta$$

Есеп 3. $z = \dfrac{\cos y^2}{x}$. $\dfrac{\partial z}{\partial x},\ \dfrac{\partial z}{\partial y}$ *тап.*

$$z = \frac{\cos y^2}{x} = \cos y^2\cdot\frac{1}{x}$$

$$z'_x = \left(\frac{\cos y^2}{x}\right)'_x = \left(\cos y^2\cdot\frac{1}{x}\right)'_x = \cos y^2\left(-\frac{1}{x^2}\right)$$

$$\Delta\ \frac{\partial z}{\partial x} = \left(\frac{\cos y^2}{x}\right)'_x = \frac{-\cos y^2}{x^2}, \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = \left(\frac{\cos y^2}{x}\right)'_y = \frac{-2y\sin y^2}{x}. \quad \Delta$$